Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej
Budownictwo
ISSN 0526-5916

Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej nr 25 (2019), 202-207
DOI: 10.17512/znb.2019.1.31

Ocena struktury styrobetonu metodami statystycznymi

Iwona Pokorska-Służalec[1]

STRESZCZENIE:
Inżynieria materiałowa w sektorze budowlanym dąży do wytwarzania materiałów o coraz lepszych finalnych własnościach użytkowych. Ma to na celu nie tylko szerokie możliwości zastosowań materiałów ze względu na ich właściwości, ale i zapewnienie jakości, a co za tym idzie, zmniejszenie kosztów na rekonstrukcje i naprawy. Projektowanie betonów należy rozpatrywać, biorąc pod uwagę nie tylko dobór składników i technologii, ale także analizy struktury, która charakteryzuje się losową zmiennością. Praca podejmuje problem modelowania złożonych, losowych mikrostruktur styrobetonu z użyciem metod statystycznych. Prezentowana metoda oparta jest na procesach Poissona. Pokazano przykłady statystycznych cech styrobetonu. Przedstawiona metoda może być wykorzystana do oceny struktury styrobetonu i późniejszego ilościowego projektowania stochastycznego, a także stochastycznej optymalizacji styrobetonu.

SŁOWA KLUCZOWE:
styrobeton; proces Poissona; charakterystyka statystyczna

1. Wprowadzenie

Beton jest obecnie często stosowanym materiałem budowlanym, w szczególności na dużą skalę w krajach rozwijających się ze względu na niski koszt i dostępność. Betonowe budynki są energooszczędne, a drogi betonowe generują mniejszą emisję spalin przez pojazdy. Oprócz betonów konstrukcyjnych stosuje się w sektorze budowlanym również betony modyfikowane niekonstrukcyjne, jak np. styrobeton, który jest przedmiotem badań.

Styrobeton jest lekkim betonem o właściwościach plastycznych powstałym z mieszaniny betonu i ziaren styropianowych. Można używać go jako gotowy produkt lub wytwarzać na budowie w podobny sposób jak pianobeton poprzez podawanie pompą. Posiada on bardzo dobre właściwości termiczne, akustyczne i wytrzymałościowe, a ponadto jest lekki. W Polsce znajduje zastosowanie jako materiał cieplno-izolacyjny, a także jako elastyczny podkład w budownictwie mieszkaniowym i użyteczności publicznej, w drogownictwie, w halach sportowych, w basenach itp. W Niemczech ze styrobetonu buduje się ściany lub ich modułowe części. Natomiast w Islandii z modułów styrobetonowych powstają wielopiętrowe budynki, które doskonale sprawdzają się w czasie trzęsień ziemi dzięki dużym własnościom wytrzymałościowym przy niewielkim ciężarze właściwym (12 razy lżejszy od konstrukcyjnego betonu).

Tak więc wszelkie modyfikacje betonu mają na celu zapewnienie mu coraz lepszych własności finalnych, a co za tym idzie, szerszego spektrum zastosowań. Projektowanie betonów o pożądanych parametrach należy rozpatrywać w aspekcie odpowiedniego doboru składników, technologii, jak też analizy struktury.

[1] Politechnika Częstochowska, Wydział Budownictwa, ul. Akademicka 3, 42-218 Częstochowa, e-mail: i.pokorska-sluzalec@pcz.pl, orcid id: 0000-0003-4262-0315

Struktura betonu jest porowata, co też w istotny sposób wpływa na jego właściwości wytrzymałościowe, które mogą być obniżone z powodu wystąpienia korozji fizycznej, chemicznej oraz biologicznej.

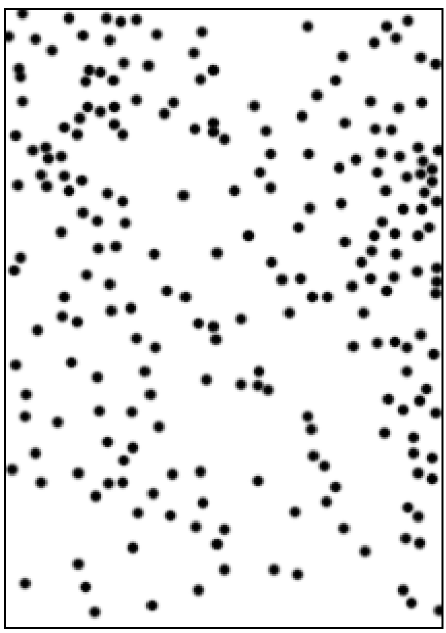
Ze względu na zmienność, jaką charakteryzuje się beton (też i styrobeton), można rozpatrywać go w kategorii materiałów losowych i opisać go statystycznie, stosując proces Poissona. Praca podejmuje problem modelowania zmiennych złożonych, losowych mikrostruktur styrobetonu, które służą do jego oceny.

Losowe cechy mikrostruktur styrobetonu są analizowane w oparciu o formułę teoretyczną, która przedstawia rozkłady probabilistyczne uwzględniające składniki materiału. Opisana metoda oparta jest na procesach Poissona [1-3]. Omówiono przykłady stochastycznych właściwości styrobetonu. Uzyskane wyniki można wykorzystać do oceny styrobetonu i późniejszego ilościowego projektu stochastycznego, a także optymalizacji stochastycznej. W pracach autorów [4-10] omówiono wybrane właściwości cech materiału w ujęciu losowym.

2. Znaczenie badań

Rozważmy beton z elementami składowymi opisanymi w punktach. Uproszczenie pomijające średnicę każdego składnika jest możliwe do zastosowania. W artykule zakłada się, że punkt oznacza środek każdego składnika betonu.

Przeanalizujmy prosty przykład. Załóżmy w obszarze Ω trójwymiarowej przestrzeni stałą liczbę składników uważanych za punkty w przypadkowych miejscach w jej wnętrzu. Niech $X_1, \ldots, X_n$ będą niezależnymi losowymi punktami/składnikami, które są rozmieszczone w Ω. Stąd gęstość prawdopodobieństwa dla każdego X_i wynosi $f(x) = 1/\lambda_2(\Omega)$ dla $x \in \Omega$ i 0 dla $x \notin \Omega$, gdzie obszar Ω oznaczamy jako $\lambda_2(\Omega)$.
Na rysunku 1 przedstawiono realizację dwumianowego rozkładu dla procesu punktowego.



Rys. 1. Teoretyczna realizacja dwumianowego rozkładu dla procesu punktowego (BPP)

Dla każdego ograniczonego zbioru B w przestrzeni dwuwymiarowej R^2 mamy:

$$P(X_i \in B) = \int_B f(x)dx = \frac{\lambda_2(B \cap \Omega)}{\lambda_2(\Omega)} \tag{1}$$

Przyjmijmy zmienne N(B) i V(B) do opisu stochastycznej charakterystyki styrobetonu:

$$N(B) = \sum_{i=1}^{n} 1\{X_i \in B\} \tag{2}$$

$$V(B) = \min_{i=1}^{n} 1\{X_i \notin B\} \tag{3}$$

gdzie N(B) ma rozkład dwumianowy o parametrach n i $p = \lambda_2(B \cap \Omega)/\lambda_2(\Omega)$.
Zmienne N(B) dla różnych podzbiorów B nie są niezależne. Jeśli B1 i B2 są rozłączne, to:

$$N(B_1) + N(B_2) = N(B_1 \cup B_2) \le n \tag{4}$$

Widzimy zatem, że N(B1) i N(B2) są zależne. Rozkład (N(B1), N(B2)) dotyczy n prób z prawdopodobieństwem sukcesu (p_1, p_2) i $p_i = \lambda_2(B_i \cap \Omega)/\lambda_2(\Omega)$.

3. Proces Poissona

Przestrzenny proces Poissona o jednolitej intensywności $\beta > 0$ jest procesem punktowym w 2-wymiarowej przestrzeni R^2 takim, że dla każdego ograniczonego zamkniętego zbioru B liczba N(B) ma rozkład Poissona ze średnią $\beta\lambda_2(B)$; i jeśli $B_1, \ldots, B_m$ są obszarami rozłącznymi, to $N(B_1), \ldots, N(B_m)$ są niezależne. Przez $\lambda_2(B)$ oznaczamy tutaj obszar B. Okazuje się, że te dwie właściwości jednoznacznie charakteryzują proces Poissona. Stała β jest oczekiwaną liczbą punktów na jednostkę powierzchni.

Rozważmy proces punktu Poissona w przestrzeni R^2 o intensywności $\beta > 0$. Niech $\Omega \subset R^2$ będzie dowolnym obszarem $0 < \lambda_2(\Omega) < \infty$. Przy $N(\Omega) = n$ rozkład warunkowy N(B) dla $B \subseteq \Omega$ jest dwumianowy:

$$P\Big(N(B) = k \Big| N(\Omega) = n\Big) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \tag{5}$$

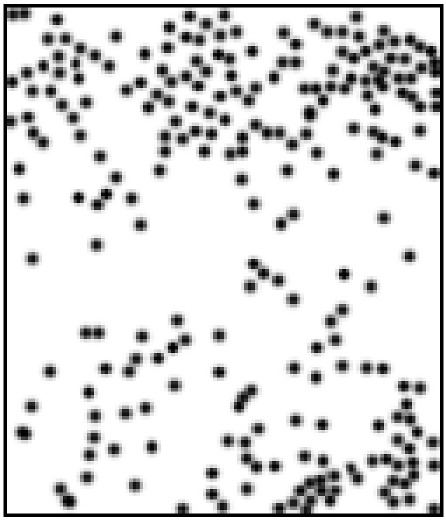
gdzie $p = \lambda_2(B)/\lambda_2(\Omega)$.

Warunkowy wspólny rozkład $N(B_1), \ldots, N(B_m)$ dla dowolnego $B_1, \ldots, B_m \subseteq \Omega$ jest taki sam jak wspólny rozkład tych zmiennych w procesie dwumianowym. Jeśli w Ω występuje n punktów procesu Poissona, n-te punkty są warunkowo niezależne i równomiernie rozmieszczone w tym obszarze Ω.

Ogólny proces Poissona można zdefiniować jako jednostajny proces punktowy Poissona, niejednorodny proces Poissona lub proces punktowy Poissona w przestrzeni S w następujący sposób: Proces Poissona z miarą intensywności Λ jest procesem punktowym takim, że dla każdego zbioru zwartego $B \subset S$ liczba N(B) ma rozkład Poissona ze średnią $\Lambda(B)$ i jeśli $B_1, \ldots, B_m$ są rozłącznymi zbiorami zwartymi, to $N(B_1), \ldots, N(B_m)$ są niezależne.

Jednostajny proces Poissona w R^3 o intensywności $\beta > 0$ jest określony przez przyjęcie $S = R^3$ oraz $\Lambda(B) = \beta\lambda_3(B)$. Niejednorodny proces Poissona z funkcją intensywności $\beta(u)$, $u \in R^2$ jest definiowany przez przyjęcie: $S = R^2$ i $\Lambda(B) = \int_B \beta(u)du$.

Realizację niejednorodnego procesu Poissona z dowolną funkcją intensywności $\beta(x, y)$ pokazano na rysunku 2. Funkcję intensywności β można obliczyć na podstawie wcześniejszych obserwacji.



Rys. 2. Teoretyczna realizacja niejednorodnego procesu Poissona z dowolną funkcją intensywności $\beta(x, y)$

4. Odległości pomiędzy składnikami

Procesy punktowe można wykorzystać do oceny odległości między składnikami w styrobetonie. Jeśli przez $d(A, X)$ oznaczymy najkrótszą odległość od podanej lokalizacji A do najbliższego punktu X, to następująca zależność zawiera $d(A, X) \le r \iff N(b(A, r)) > 0$, gdzie: $b(A, r)$ jest okręgiem o promieniu r wyśrodkowanym w X. Odległość $d(A, X)$ jest zmienną losową. Odległość $d(A, X)$ od ustalonej lokalizacji do najbliższego losowego punktu składnika spełnia zależność: $d(A, X) > r$ wtedy i tylko wtedy, gdy na dysku o promieniu r nie ma losowych punktów wyśrodkowanych na stałym miejscu, co pokazano na rysunku 3. Jeśli X jest jednolitym procesem intensywności Poissona β, to:

$$P\left(d(A,X) \le r\right) = P\left(N\left(b(A,r)\right) > 0\right) = 1 - \exp\left(-\beta\lambda_d\left(b(A,r)\right)\right) = 1 - \exp\left(-\beta\kappa_d r^d\right) \tag{6}$$

gdzie $\kappa_d = \lambda_d(b(0, 1))$ jest objętością kuli jednostkowej.
Zmienna $V = \kappa_d \, \mathrm{dist}(A, X)^d$ ma rozkład wykładniczy ze współczynnikiem β.

$$P(V \le v) = 1 - \exp(-\beta v) \tag{7}$$

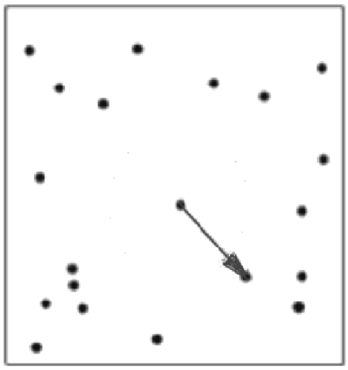
gdzie V jest objętością kuli o losowym promieniu dist(A, X) lub równoważnie objętością największej kuli wyśrodkowanej na A, która nie zawiera punktów X.

Jeśli składniki są rozmieszczone na płaszczyźnie w procesie Poissona z intensywnością β, a T jest odległością między stałym składnikiem a jego najbliższym losowym sąsiadem traktowanym jako punkt, wówczas πT^2 ma rozkład wykładniczy z parametrem β:

$$P\left(\pi T^2 \leq v\right) = 1 - \exp\left(-\beta v\right) \quad \text{dla } v > 0 \tag{8}$$

Jeśli składniki są rozmieszczone w przestrzeni trójwymiarowej, wówczas $\frac{4}{3}\pi T^3$ ma rozkład wykładniczy z parametrem β:

$$P\left(\frac{4}{3}\pi T^3 \leq v\right) = 1 - \exp\left(-\beta v\right) \quad \text{dla } v > 0 \tag{9}$$



Rys. 3. Odległość dist(A, X) od ustalonego miejsca do najbliższego losowego punktu

5. Wnioski

Styrobeton ze względu na zmienność można traktować jako materiał losowy i można go opisać statystycznie za pomocą procesu Poissona. Takie założenie jest przydatne do ilościowej oceny stochastycznej i projektowania betonu, a także do jego optymalizacji stochastycznej. Należy zauważyć, że możemy zastosować stochastyczną ocenę szerokiej gamy procesów technologii betonowej. Problemy te zostaną podjęte w kolejnych publikacjach.

Literatura

[1] Matheron G., Random Sets and Integral Geometry, John Wiley & Sons, New York 1975.

[2] Ripley B.D., Spatial Statistics, John Wiley & Sons, New York 1981.

[3] Baddeley A., Spatial point processes and their applications, Stochastic Geometry, Lecture Notes in Mathematics 2007, 1892, 1-75.

[4] Pokorska I., Deformation of powder metallurgy materials in cold and hot forming, Journal of Materials Processing Technology 2008, 196, 1-3, 15-32.

[5] Pokorska I., Modeling of powder metallurgy processes, Advanced Powder Technology 2007, 18, 5, 503-539.

[6] Sluzalec A., On random characteristics of composite materials, Materials Science and Technology 2013.

[7] Pokorska I., Grzywinski M., Stochastic analysis of cylindrical shell, Transactions of the VŠB - Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series 2014, 14, 38-41.

[8] Miled K., Sab K., Roy R. Le, Particle size effect on EPS lightweight concrete compressive strength: Experimental investigation and modeling, Mechanics of Materials 2007, 39, 3, 222-240.

[9] Sadrmomtazi A., Sobhani J., Mirgozar M.A., Najimi M., Properties of multi-strength grade EPS concrete containing silica fume and rice husk ash, Construction and Building Materials 2012, 35, 211-219.

Evaluation of EPS concrete by statistical characteristics

ABSTRACT:
Theoretical approach is described for evaluation of concrete by statistical characteristics. The presented method is based on Poisson processes. Examples of statistical characteristics of concrete are shown. The method presented can be used for evaluation of concrete and the subsequent quantitative stochastic design as well as stochastic optimization of concrete.

KEYWORDS:
ESP; Poisson process; statistical characteristics