

Kazimierz MAŁYSA*,
Zbigniew ADAMCZYK*

ODDZIAŁYWANIA HYDRODYNAMICZNE CZĄSTKA — POWIERZCHNIA GRANICZNA W PROCESACH OSADZANIA

Przeprowadzono analizę teoretyczną i wyznaczono eksperymentalnie oddziaływania hydrodynamiczne pomiędzy różnymi powierzchniami międzyfazowymi a poruszającą się w ich pobliżu cząstką. Ruchliwość cząstek w pobliżu granic międzyfazowych wyznaczano z fotografii poruszającej się cząstki. Poruszająca się cząstkę oświetlano lampą stroboskopową i w ten sposób na jednej klatce otrzymywano obrazy kolejnych położeń cząstki w ściśle określonych odstępach czasu. Liczba Reynoldsa $Re = u a / \nu$ dla poruszającej się cząstki była takiej wielkości jaka jest charakterystyczna dla wodnych suspensji cząstek mineralnych występujących w tak ważnych procesach jak flotacja i filtracja. Stwierdzono, w zgodności z teoretycznymi przewidywaniami, że ruch cząstki prostopadle do powierzchni jest znacznie bardziej hamowany niż ma to miejsce w przypadku ruchu równoległe w stosunku do powierzchni granicznej. Doświadczenia te wykazały, że współczynnik oporu hydrodynamicznego dla cząstki kulistej ma anizotropowy, tensorowy charakter w pobliżu granicy fazowej (kolektora), a więc nie jest to pojedyncza skalarna wielkość jak to ma miejsce w "nieograniczonej" cieczy (współczynnik oporu w prawie Stokes'a). Liczba Reynoldsa w naszych eksperymentach była praktycznie taka sama jak jest w przypadku cząstek szlamowych w suspensjach wodnych i dlatego wyniki te mogą być wprost zastosowane do opisu procesów przeniesienia masy i osadzania drobnych cząstek na powierzchniach różnych kolektorów.

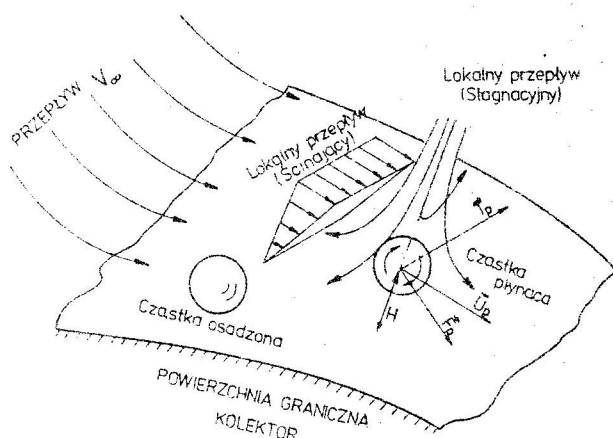
Wprowadzenie

Mechanizm i kinetyka transportu drobnych cząstek tworzących suspensje do powierzchni granicznych ((zwanych często kolektorami) decyduje o przebiegu szeregu ważnych z praktycznego punktu widzenia procesów takich jak np. flotacja nośnikowa, filtracja z fazy ciekłej, selektywna koagulacja i flokulacja, czy odpylanie i oczyszczanie powietrza przez

* Instytut Katalizy i fizykochemii Powierzchni PAN, Kraków

strumień kropelek cieczy. Osadzanie najdrobniejszych cząstek skały płonnej (szlamów) na powierzchni ziarn minerałów użytecznych prowadzić może w pewnych warunkach do powstawania tzw. pokryć szlamowych, wywierających złożony, zazwyczaj niekorzystny wpływ na przebieg flotacji pianowej. Tak więc, kolektorami mogą być inne cząstki polidispersyjnej zawiesiny (o rozmiarach znacznie większych od rozmiarów rozpatrywanych cząstek szlamowych), bańki powietrza, wypełnienie kolumny filtracyjnej, czy ściany graniczne (np. rurociągi, kanały, ściany osadników) przestrzeni w której zawarta jest, lub którą przepływa suspensja.

Obecność ścianek granicznych (kolektorów) wywiera istotny wpływ na przepływ cieczy, powodując wskutek istnienia zjawiska lepkości, spowolnienie ruchu cieczy. W przypadku stałych ścianek granicznych przepływ zanika nawet całkowicie na tych powierzchniach. Wskutek tego skomplikowane niestacjonarne, czy turbulentne przepływy przechodzą w przepływy laminarne V_∞ (patrz Rys. 1), które w pobliżu powierzchni kolektora możemy rozłożyć na sumę prostych przepływów np. stagnacyjnego V_{St} i ścinającego V_{Sh} (Rys. 1). Obecność ścianki wpływa znacznie nie tylko na ma-



Rys. 1. Schematyczne przedstawienie ruchu cząstek w pobliżu powierzchni granicznych (kolektorów) oraz rozkład makroskopowego pola przepływu cieczy V_∞ na lokalny przepływ stagnacyjny V_{St} oraz ścinający V_{Sh} .

Fig. 1. Schematic representation of particles motion near interfaces (collectors) and distribution of the macroscopic field of liquid flow V_∞ into a local stagnation point flow V_{St} and shear flow V_{Sh} .

roskopowy przepływ cieczy, ale również silnie zaburza ruch cząstki w jej pobliżu (w cieczy nieruchomej). Tak więc cząstka w pobliżu powierzchni kolektora nie porusza się zgodnie ze strumieniem cieczy, jak to ma miejsce w złąbi zawiesiny, lecz jest silnie spowalniana obecnością ścianki granicznej, co powoduje wzrost współczynnika oporu hydrodynamicznego cząstki (zmniejszenie współczynnika dyfuzji). Ponadto, wpływ powierzchni granicznej jest znacznie większy na ruch cząstki prostopadle do niej, niż na ruch równoległy, który jest znacznie słabiej tłumiony. Powoduje to, iż współczynnik oporu hydrodynamicznego zależy nie tylko od rozmiarów cząstki, lepkości cieczy i prędkości cząstki (zgodnie ze wzo-

rem Stokesa), ale również od kierunku ruchu cząstki - posiada więc w pobliżu ściany anizotropowy, tensorowy charakter. W pobliżu powierzchni kolektora występuje również sprzężenie pomiędzy ruchem translacyjnym cząstki i jej ruchem rotacyjnym, tj. cząstka poruszająca się równolegle do ścianki zaczyna się obracać, przy czym intensywność tego sprzężenia rośnie dla małych odległości od ścianki.

Ogólnie można stwierdzić, że prędkość cząstki w pobliżu ściany zależy od:

- odległości cząstki od granicy międzyfazowej,
- natury granicy międzyfazowej i cząstki,
- orientacji granicy międzyfazowej względem kierunku siły ciężkości,
- kierunku ruchu cząstki w stosunku do orientacji granicy międzyfazowej i kierunku działania siły ciężkości,
- rozmiarów i kształtu powierzchni międzyfazowej oraz cząstki.

Na podstawie powyższych jakościowych rozważań można wyciągnąć wniosek, że dla zrozumienia i matematycznego opisu kinetyki transportu cząstek i ich osadzania na powierzchniach granicznych (a w szczególności tworzenia pokryć szlamowych) niezbędny jest ilościowy opis teoretyczny i doświadczalny oddziaływań hydrodynamicznych cząstek z powierzchniami granicznymi.

W pracy przedstawiono rozwiązania teoretyczne i wyniki doświadczalne dla przypadków gdy:

- 1) cząstka kulista zbliża się do płaskiej granicy międzyfazowej ciecz-ciało stałe, lub ciecz-gaz,
- 2) ciecz kulista porusza się równolegle do płaskiej granicy ciecz-ciało stałe i w różnych od niej odległościach.

Wyniki doświadczalne porównano z istniejącymi teoretycznymi tzw. dokładnymi rozwiązaniami oraz z tzw. rozwiązaniami przybliżonymi, które mogą być stosowane przy bardziej skomplikowanej geometrii układu.

Rozwiązania teoretyczne

W suspensjach rozmiary cząstek i ich prędkości ruchu są z reguły małe i liczba Reynoldsa zdefiniowana jako $Re = a u / \nu$ jest znacznie mniejsza od jedności (u jest prędkością cząstki, a - jej rozmiar, ν - lepkość kinematyczna cieczy). W związku z tym do opisu tego ruchu stosują się równania ruchu pełzającego (creeping flow):

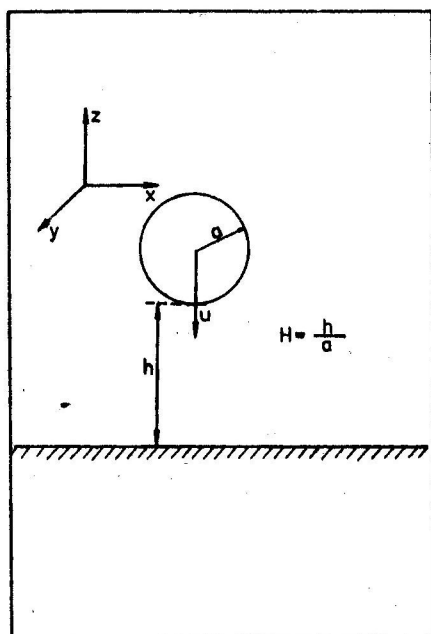
$$\begin{aligned} \eta \nabla^2 \mathbf{v} &= -\nabla p \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: η jest lepkością ośrodka, p - ciśnienie, $\mathbf{v}$ - jest wektorem prędkości cieczy, który powinien spełniać warunki graniczne;

$\mathbf{v} = \mathbf{u}$ na powierzchni poruszającej się cząstki,

$\mathbf{v} = 0$ na powierzchni ściany,

$\mathbf{v} \rightarrow 0$ w cieczy w nieskończonej odległości od poruszającej się cząstki.



Rys. 2. Schematyczne przedstawienie ruchu cząstki kulistej do płaskiej granicy międzyfazowej

Fig. 2. Schematic representation of a spherical particle moving towards a plane interface

$u(\infty)$ jest prędkością kuli w cieczy nieograniczonej, u jest prędkością kuli w danej odległości od ściany.

Rozwiązania teoretyczne dla obliczenia wartości poprawki $\lambda(H)$ zostały podane w pracach [1-3]. Dla przypadku gdy cząstka kulista zbliża się do płaskiej granicy ciecz-ciało stałe mamy:

Cząstka kulista zbliża się do płaskiej granicy międzyfazowej (Rys.2)

Siła oporu hydrodynamicznego działająca na poruszającą się cząstkę kulistą wynosi:

$$\mathbf{F} = -k_1 \cdot \mathbf{u} \quad (2)$$

gdzie; k_1 jest współczynnikiem oporu hydrodynamicznego. W przypadku gdy cząstka porusza się w cieczy nieorganicznej wtedy $k_1 = 6\pi\eta a$ (prawo Stokesa). W pobliżu ściany występują dodatkowe oddziaływania hydrodynamiczne i wartość współczynnika k_1 jest inna. Poprawkę $\lambda(H)$ do współczynnika oporu hydrodynamicznego k_1 można zdefiniować następująco:

$$\lambda(H) = \frac{u(\infty)}{u} = \frac{k_1}{6\pi\eta a} \quad (3)$$

gdzie; $H = h/a$ (patrz rys. 2),
 h jest odległością ściana-kula,

$$\lambda_1 = \frac{4}{3} \sinh \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(2n-1)(2n+3)} \left(\frac{Y_n}{T_n} - 1 \right) \quad (4)$$

płaszczyźnie xz . Kula porusza się pod działaniem siły ciężkości P^E w cieczy będącej w stanie spoczynku. Obecność ściany powoduje, że kula wykonuje także ruch rotacyjny. Prędkość ruchu translacyjnego $u_z = -(dz/dt)$ i prędkość kątowna rotacji $\omega = d\theta/dt$ (patrz rys. 3) są funkcją wielkości ε szczeliny ściana-kula. Siła oporu hydrodynamicznego F_z i moment obrotowy T_x (względem środka kuli) wywierane przez ciecz na kulę poruszającą się ruchem translacyjnym i rotacyjnym w pobliżu ściany mogą być wyrażone następująco:

$$F_z = -6\pi\eta a (u_z f^t + a\omega f^r) \quad (6)$$

$$T_x = -8\pi\eta a (u_z t^t + a\omega t^r) \quad (7)$$

gdzie; f^t , f^r , t^t , t^r są poprawkami współczynników oporu hydrodynamicznego wywołanymi przez obecność ściany. Poprawki te są wielkościami bezwymiarowymi i zależą tylko od wielkości szczeliny ściana-kula. W przypadku swobodnie opadającej kuli zewnętrzny moment obrotowy $T_x = 0$ i z równań (6) i (7) otrzymujemy:

$$\omega = \frac{F_z t^t}{6\pi\eta a^2 (t^t f^r - t^r f^t)} \quad (8)$$

$$u_z = \frac{F_z t^r}{6\pi\eta a (t^t f^r - t^r f^t)} \quad (9)$$

Aby móc obliczyć wartości ω i u_z niezbędna jest znajomość wartości poprawek t^t , t^r , f^t , i f^r . Przypadek kuli poruszającej się równolegle do płaskiej ściany jest jednym z niewielu dla których znane są tzw. dokładne rozwiązania, które podane zostały przez Deana i O'Neill'a [4,5]. W pracy [6] wartości te zostały przeliczone i poprawione i te wartości współczynników f^t , f^r , t^t , i t^r były użyte do obliczenia teoretycznych wartości ω i u_z .

W przypadku bardziej skomplikowanej geometrii cząstki i powierzchni międzyfazowej nie istnieją rozwiązania dokładne. Powszechnie stosowane są 2 podejścia; i) rozwiązania w oparciu o metodę odbić, które są ważne dla dużych wartości ε , lub ii) podejście oparte na teorii smarowania, ważne dla $\varepsilon \ll 1$. Z metody odbić otrzymuje się (6) dla naszego przypadku zależności:

$$f^t = - \left[1 - \frac{9}{16} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^3 - \frac{45}{256} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^4 - \frac{1}{16} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^5 \right]^{-1} \quad (10a)$$

$$t^t = \frac{3}{32} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^4 \left(1 - \frac{1}{8\varepsilon} \right) \quad (10b)$$

$$f^r = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^4 \left(1 - \frac{3}{8\varepsilon} \right) \quad (10c)$$

$$t^r = - \left[1 + \frac{5}{16} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^3 \right] \quad (10d)$$

Z teorii smarowania wartości poprawek dla współczynników oporu hydrodynamicznego wynoszą:

$$f^t = \frac{8}{15} \ln \varepsilon - 0.9588 \quad (11a)$$

$$t^t = \frac{1}{10} \ln \varepsilon - 0.1895 \quad (11b)$$

$$f^r = - \frac{2}{15} \ln \varepsilon - 0.2526 \quad (11c)$$

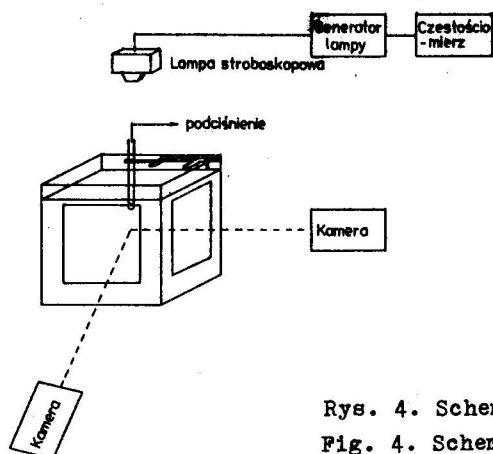
$$t^r = \frac{2}{5} \ln \varepsilon - 0.3817 \quad (11d)$$

Wyniki różnych rozwiązań teoretycznych są porównane z danymi doświadczalnymi dla pokazania obszaru zastosowań rozwiązań przybliżonych.

Część eksperymentalna

Zestaw pomiarowy [7,8] przedstawiono schematycznie na rysunku 4. Pomiarów wykonywano w naczyniu o wymiarach 42x42x52 cm. Użycie naczyń o tak dużych wymiarach zapewniało, że stosunek jego liniowych rozmiarów do średnicy poruszającej się kuli był na tyle duży, że efekt bocznych ścian był zaniedbywalnie mały. W doświadczeniach używano nylonowe (gęstość 1.114 g/cm³) i polipropylenowe (gęstość 0.965 g/cm³) kule o średnicach 0.476 i 0.635 cm, i nawet w przypadku większej kuli stosunek wymiarów kuli i naczyń był jak 1:66. W dwóch prostopadłych względem siebie ściankach bocznych naczyń wklejone były okienka ze szkła optycznego o wymiarach 14x29 cm. Okienka te umożliwiały obserwowanie i fotografowanie poruszającej się kuli. Naczynie wypełnione było olejem silikonowym o gęstości 0.974 g/cm³ i lepkości kinematycznej 9.82 Stokesa w 25°C.

Pomiary wykonywano w zaciemnionym pokoju przy otwartej migawce ka-



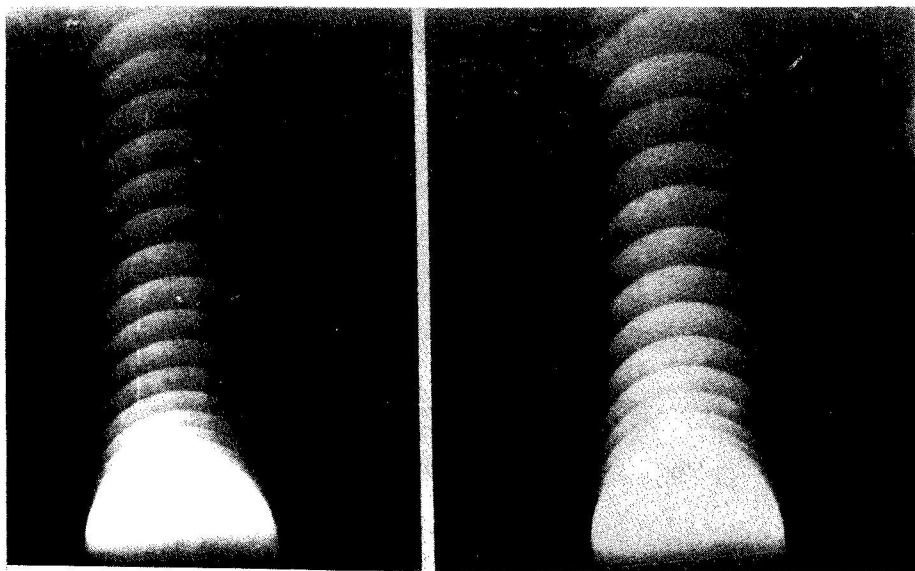
Rys. 4. Schemat zestawu pomiarowego

Fig. 4. Schematic view of experimental set up.

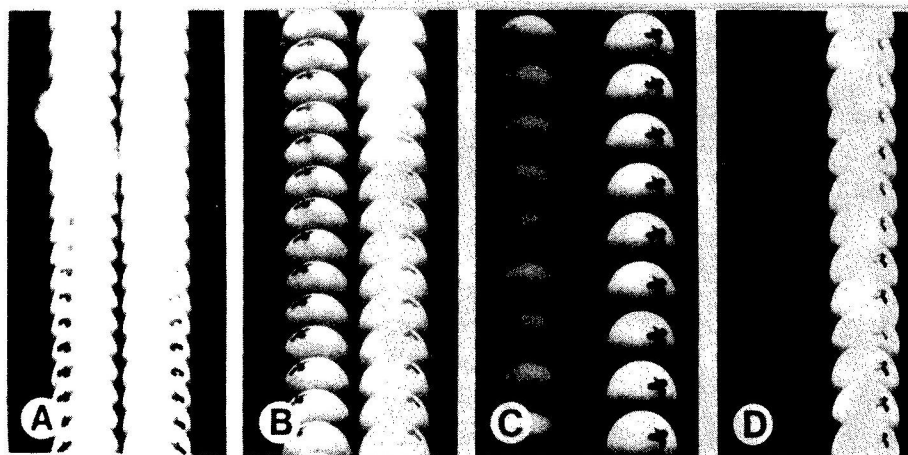
kamery fotograficznej. Poruszająca się kula oświetlana była przy pomocy lampy stroboskopowej błyskającej z wybraną, ściśle określoną częstotliwością. W ten sposób na pojedynczej klatce filmu otrzymywano obraz kolejnych położenia poruszającej się kuli. Na początku każdego doświadczenia kula była przysysana, przy pomocy pompki wodnej do końca pipety umocowanej w specjalnym uchwycie ponad naczyniem pomiarowym. Uchwyt pipety pozwalał na przesuwanie jej w dwóch prostopadłych kierunkach przy pomocy śrub mikrometrycznych. Po przyssaniu kuli odczekiwano co najmniej kilka minut aby zostały wytłumione wszelkie ruchy cieczy, które mogły zostać wywołane wprowadzaniem kulki. Następnie odcinano ssanie i kulka zaczynała opadać. Rysunek 5 przedstawia przykładowo fotografie kuli poruszającej się prostopadle (Rys. 5a) i równolegle (Rys. 5b) do płaskiej ściany. Na rys. 5b widać przy każdej pozycji kuli jej odbicie zwierciadlane w pionowej płycie pleksiglasowej wzdłuż której opada kula. Na kuli namalowano znaczek (patrz rys. 5b) aby móc wyznaczyć jej prędkość kątową. Dla każdego kolejnego położenia kuli mierzono; średnicę kuli, odległość kuli od ściany, a także (w przypadku ruchu kuli wzdłuż ściany) współrzędne znaczka namalowanego na kuli. Wszystkie rozmiary i odległości mierzono z dokładnością 0.01 mm przy pomocy specjalnego optyczno-mechanicznego urządzenia, w którym stół ze zdjęciem można było przesuwac śrubami mikrometrycznymi w 2 wzajemnie prostopadłych kierunkach. Wszystkie zmierzone odległości i rozmiary normalizowano względem wyznaczonego promienia obrazu kuli.

W przypadku kuli zbliżającej się do płaskiej powierzchni międzyfazowej jej prędkość w danej odległości h_n od ściany można (dla dostatecznie małych odstępów czasu Δt między błyskami) wyznaczyć jako:

a)



b)



Rys. 5. Przykłady fotografii ruchu kuli; a) prostopadłe i b) równoległe do płaskiej ściany i w różnej odległości od niej.

A) $\xi = 0.006$, B) $\xi = 0.062$ C) $\xi = 0.544$, D) $\xi = \infty$

Fig. 5. Examples of photographs of a sphere motion; a) perpendicularly and b) parallelly to a plane wall and at various distances from the wall. A) $\xi = 0.006$, B) $\xi = 0.062$, C) $\xi = 0.544$, D) $\xi = \infty$

$$u(h_n) = \frac{h_{n+1} - h_{n-1}}{2\Delta t} \quad [\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (12)$$

W jednostkach normalizowanych względem promienia a kuli mamy:

$$u = \frac{H_{n+1} + H_{n-1}}{2\Delta t} \quad [\text{promień} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (13)$$

Analogicznie prędkość kuli poruszającej się równoległe do ściany jest dana zależnością:

$$u_z = \frac{Z_{i+1} - Z_{i-1}}{2\Delta t} \quad [\text{promień} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (14)$$

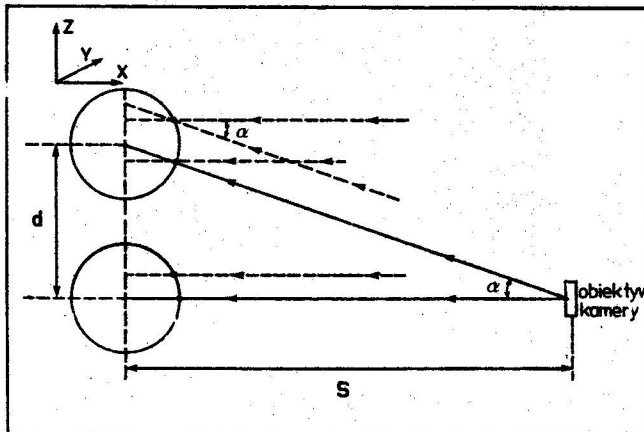
gdzie; $Z_{i+1} = z_{i+1}/a$ i $Z_{i-1} = z_{i-1}/a$.

Dla danej pozycji kuli kąt θ (patrz oznaczenia na rys. 3) był wyznaczony z zależności:

$$\theta' = \arcsin \left[\frac{(1 - h - a)}{a \cdot r_1} \right] \quad (15)$$

gdzie:

$$r_1 = \frac{\sqrt{(1 - h - a)^2 + (z_c - z_1 + a)^2}}{a} \quad (16)$$



Rys. 6. Ilustracja powstawania zniekształceń przy projekcji punktu z powierzchni kuli na płaszczyznę obserwacji

Fig. 6. Illustration of deviations in projection of a point at the sphere surface on the plane of observation

Ponieważ pozycja kamery fotograficznej była stała, a więc poruszająca się kula znajdowała się początkowo powyżej, a później poniżej osi optycznej kamery. Na rysunku 6 przedstawiono schematycznie omawianą sytuację. Kąt α jest kątem jaki tworzy oś optyczna kamery z linią łączącą środek obiektywu kamery ze środkiem kuli w określonej pozycji. Tylko wtedy, gdy $\alpha = 0$ wtedy zależności (15) i (16) podają prawdziwą pozycję znacznika na kuli. W innych przypadkach wielkości te muszą być skorygowane o poprawkę zależną od kąta α .

Rozważmy punkt znajdujący się na powierzchni kuli w pozycji określonej przez kąty θ, φ w stosunku do związanego z kulą układu współrzędnych x', y', z' , (patrz rys. 3). θ jest kątem pomiędzy kierunkiem do punktu i osią z , φ jest kątem pomiędzy rzutem punktu na płaszczyznę $x'y'$ i osią x' . Rzut rozważanego punktu na płaszczyznę yz przestrzeni uwiązanego układu współrzędnych xyz jest dany poprzez zależność (8):

$$\cos \theta' = (1 + \operatorname{tg}^2 \theta \sin^2 \varphi)^{1/2} \quad (17)$$

$$r_1 = a \cos \theta / \cos \theta' \quad (18)$$

Podobnie można znaleźć, że rzut rozważanego punktu na płaszczyznę tworzącą kąt α z płaszczyzną yz jest określony zależnościami:

$$\cos \theta'' = k(k^2 + \operatorname{tg}^2 \theta \sin^2 \varphi)^{1/2} \quad (19)$$

$$r'' = a k \cos \theta / \cos \theta'' \quad (20)$$

gdzie:

$$k = \cos \alpha + \operatorname{tg} \theta \cos \varphi \sin \alpha \quad (21)$$

Kiedy kąt $\alpha = 0$ wtedy zależności (19) i (20) redukują się do (17) i (18). W pomiarach mierzymy wartości θ i r'' jeżeli kula jest obserwowana pod kątem α . Tylko wtedy $\alpha = 0$ wtedy mierzone wartości są równe θ' i r_1 . Prędkość kątowa rotacji $\omega = d\theta'/dt$ i dlatego potrzebne jest wyznaczenie prawdziwych wartości kąta θ' w różnych pozycjach kuli. Równania (19) i (20) można rozwiązać względem θ i φ , a wyniki podstawić do (17) i (18). Otrzymujemy wtedy:

$$\cos \theta' = \left[1 + \frac{[(r''/a) \sin \theta'']^2}{2A^2 - B \pm 2A(A^2 - B)^{1/2}} \right]^{-1/2} \quad (22)$$

gdzie: $A = r'' \cos \theta'' / a$, $B = (r''/a)^2 (\cos^2 \theta'' + \sin^2 \theta'' \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha$.

Dla małych wartości α i przyjmując, że $\theta'' = \theta' + \Delta\theta$ równanie (22) można uprościć do zależności:

$$\Delta\theta = (a \sin \theta'' / r) \sqrt{1 - (r''/a)^2 \sin^2 \theta''} \quad (23)$$

$\Delta\theta$ jest poprawką, o którą powinny być skorygowane wyznaczone doświadczalnie wartości θ'' .

Kąt α można wyznaczyć z zależności:

$$\operatorname{tg}\alpha = d/s \quad (24)$$

gdzie; d jest odległością środka kuli od osi optycznej kamery, a s jest odległością pomiędzy kamerą i linią wyznaczoną przez środek sedymentującej kuli. Odległość s dana jest zależnością:

$$s = f(1 + m^{-1}) \quad (25)$$

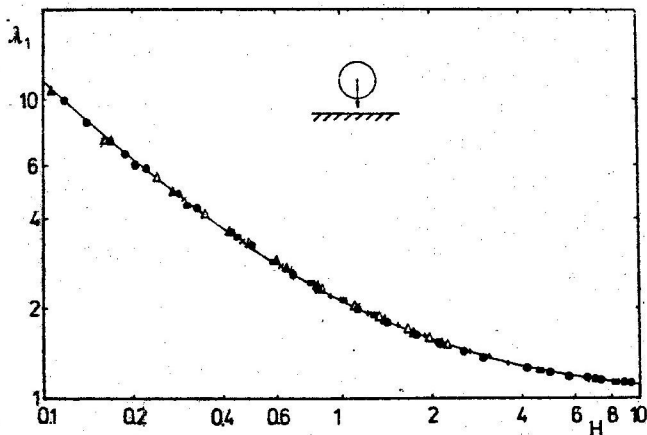
gdzie: f jest długością ogniskowej obiektywu (13.5 cm), m jest powiększeniem (w naszym przypadku $m = 2.8$). W doświadczeniach kąt zawarty był w zakresie $+5$ do -5° .

Poprawki $\Delta\theta$ mogą być także wyznaczone eksperymentalnie. W wyniku omawianych zniekształceń projekcji punktu z powierzchni kuli na płaszczyznę obrazu, kula poruszająca się bardzo daleko od ściany, która w rzeczywistości nie wykonuje ruchu rotacyjnego, będzie dawała złudzenie wykonywania ruchu rotacyjnego (patrz rys. 5b). Mierząc ten pozorny ruch rotacyjny można także wyznaczyć wartości poprawek. Wartości poprawek obliczone i wyznaczone eksperymentalnie były identyczne, w granicach doskonałości pomiaru.

Wyniki pomiarów i ich dyskusja

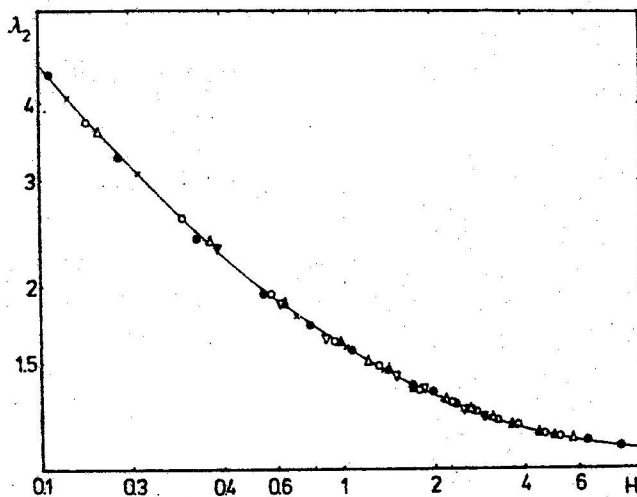
Cząstka kulista zbliża się do płaskiej powierzchni międzyfazowej

Na rysunku 7 przedstawiono zależności poprawki λ_1 od bezwymiarowej odległości H kuli od płaskiej powierzchni międzyfazowej dla przypadku kiedy cząstka zbliża się do granicy ciecz-ciało stałe. Punkty przedstawiają wyniki doświadczalne z różnych serii pomiarów. Wartości λ_1 dla każdej z mierzonych odległości H obliczano z omówionych wcześniej zależności (3) i (13). Prędkości $u(\infty)$ cząstki w nieograniczonej cieczy liczone (wzór Stokesa) ze znanych gęstości i rozmiarów cząstek, oraz lepkości i gęstości cieczy. Linia ciągła na rys. 7 przedstawia wyniki teoretyczne obliczone z równania (4). Jak widać zgodność pomiędzy wynikami eksperymentalnymi i teoretycznymi jest bardzo dobra. Rozrzut wyników jest nie większy niż 1-2% dla zakresu odległości H od 0.1 do 10. Ze zmniejszaniem się odległości ściana-kula opór hydrodynamiczny dla ruchu kuli bardzo szybko wzrasta, czyli prędkość cząstki poruszającej się pod



Rys. 7. Zmiany wielkości poprawki λ_1 w zależności od odległości H kula-ściana

Fig. 7. Changes of the resistance coefficient correction λ_1 with distance H between the sphere and the wall.



Rys. 8. Zmiany wielkości poprawki λ_2 w zależności od odległości H kuli od swobodnej powierzchni

Fig. 8. Changes of the resistance coefficient correction λ_2 with distance H between the sphere and free surface.

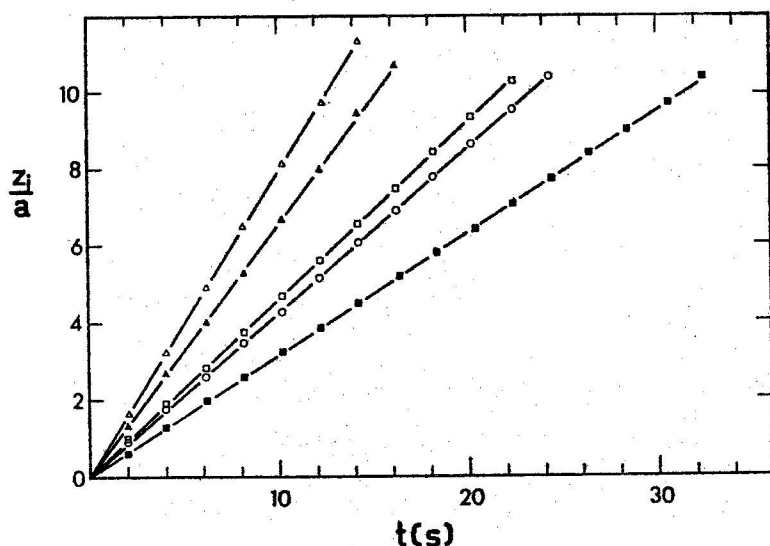
działaniem niezmienną siły szybko maleje. Jeżeli w odległości $H = 10$ (patrz rys. 7) opór hydrodynamiczny jest o ok. 10% wyższy, to już dla $H = 1$ jest on ponad 2 razy wyższy, a dla $H = 0.1$ ponad 11 razy wyższy niż w nieograniczonej cieczy.

Na rys. 8 przedstawiono zależności $\lambda_2 = f(H)$ dla przypadku kiedy

cząstka kulista zbliża się do swobodnej powierzchni. Punkty przedstawiają wyniki doświadczalne z różnych serii pomiarowych, linia ciągła jest obliczona teoretycznie z równania (5). Dla odległości $H \gg 0.1$ odkształcenia powierzchni swobodnej przez zbliżającą się cząstkę są jeszcze zaniedbywalnie małe i jak widać z rys. 8 wyniki obliczeń teoretycznych zgadzają się bardzo dobrze, w tym zakresie z danymi doświadczalnymi. Jak widać z rys. 8 opór hydrodynamiczny dla ruchu kuli wzrasta także przy jej zbliżaniu się do powierzchni swobodnej. Jednakże zmiany są mniejsze niż ma to miejsce przy zbliżaniu się do płaskiej ściany (porównaj rys. 7 i 8).

Cząstka kulista porusza się równolegle do i w różnych odległościach od płaskiej ściany.

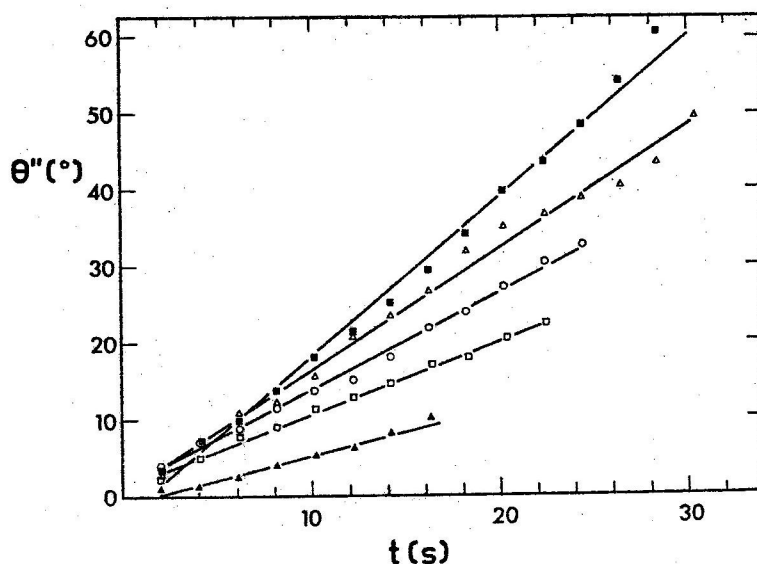
Zmiany pozycji kuli (z_1/a) w funkcji czasu t przedstawiono na rys. 9 dla różnych wielkości szczeliny ε (patrz rys. 3). Widać, że zależność zmian z_1/a od czasu t jest liniowa. Prędkość translacji kuli u_z jest,



Rys. 9. Zmiany położenia cząstki w funkcji czasu przy różnych szerokościach szczeliny ściana-cząstka:

■ - $\varepsilon = 0.006$, ○ - $\varepsilon = 0.062$, □ - $\varepsilon = 0.102$, ▲ - $\varepsilon = 0.544$, △ - $\varepsilon = 1.45$
 Fig. 9. Changes of the sphere position as a function of time for various sphere-wall gap widths;
 ■ - $\varepsilon = 0.006$, ○ - $\varepsilon = 0.062$, □ - $\varepsilon = 0.102$, ▲ - $\varepsilon = 0.544$, △ - $\varepsilon = 1.45$

dla danej wielkości szczeliny ściana-kula, równa współczynnikowi kierunkowemu linii $(z_1/a) = f(t)$ i była wyznaczana z dopasowania punktów eksperymentalnych metodą najmniejszych kwadratów. Także metodą najmniejszych kwadratów wyznaczano wartości kątowej prędkości rotacji $\omega = d\theta/dt$ ze zmian kąta θ' w funkcji czasu t . Zależności $\theta'' = f(t)$ dla różnych wielkości szczeliny ε , przedstawiono na rys. 10. Z rys. 10 widać, że rozrzut mierzonych wartości θ'' jest wyraźnie większy niż rozrzut przy wyznaczaniu wartości przesunięć z_1/a (patrz rys. 9). Wartości θ'' przedstawione na rys. 10 są wartościami zmierzonymi ze zdjęć i nie skorygowanymi o poprawki związane z zniekształceniami poprzez kamerę. Poprawione wartości prędkości kątowych $d\theta/dt$ w funkcji szerokości szczeliny kula-ściana są przedstawione na rys. 11 wraz z oszacowanymi błędami pomiarowymi. Rysunek 12 przedstawia zmiany prędkości translacji (wyrażonej poprzez wartości parametru λ_3) cząstki w funkcji wielkości szczeliny ścian-kula. Przy wyznaczaniu prędkości translacji dyskutowane powyżej zniekształcenia optyczne mają zanedbywalnie mały wpływ na mierzone wartości prędkości translacji. Przy najdalszej pozycji cząstki od osi optycznej zniekształcenie promienia kuli, wywołane tym, że jego projekcja nie była całkowicie prostopadła do płaszczyzny obrazu, jest mniejsze niż 0.4%.

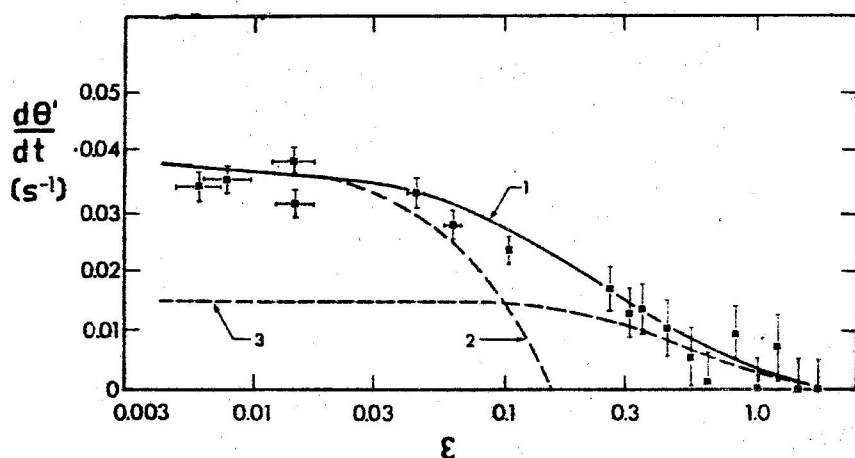


Rys. 10. Zmiany położenia (wskutek rotacji) punktu na kuli w funkcji czasu, dla różnych szerokości szczeliny ściana-kula:

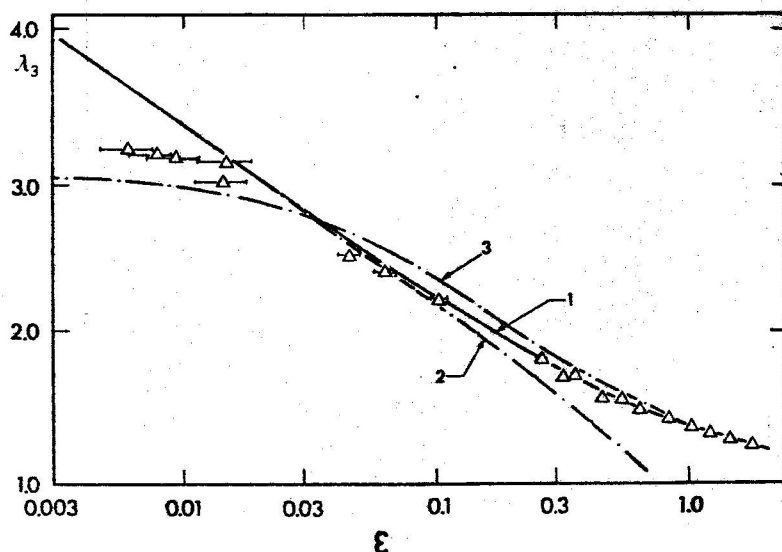
■ - $\varepsilon = 0.006$, Δ - $\varepsilon = 0.014$, o - $\varepsilon = 0.062$, □ - $\varepsilon = 0.102$, $\blacktriangle$ - $\varepsilon = 0.544$

Fig. 10. Changes of the point positions on the sphere (resulting from rotation) as a function of time for various sphere-wall gap widths:

■ - $\varepsilon = 0.006$, Δ - $\varepsilon = 0.014$, o - $\varepsilon = 0.062$, □ - $\varepsilon = 0.102$, $\blacktriangle$ - $\varepsilon = 0.544$



Rys. 11. Zależność prędkości rotacji kuli od szerokości szczeliny ściana-kula. Krzywa 1 - rozwiązania dokładne, krzywa 2 - teoria smarowania, krzywa 3 - metoda odbić, ■ - wyniki doświadczalne

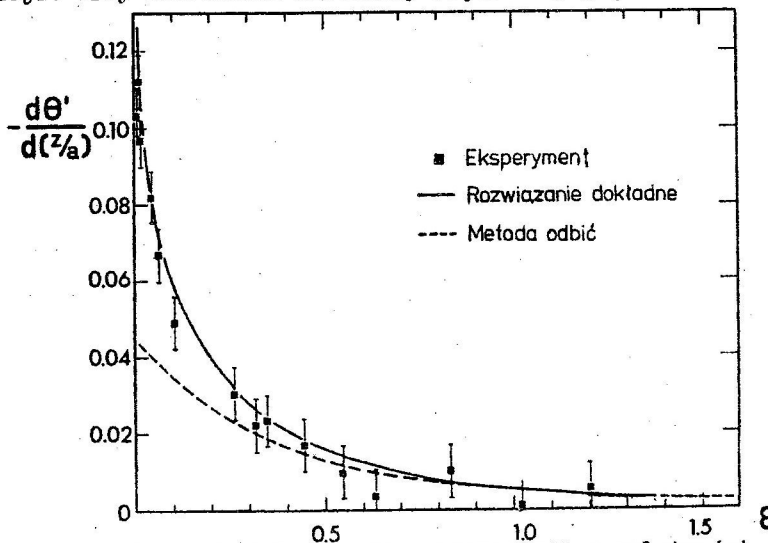


Rys. 12. Zmiany wielkości poprawki λ_3 dla współczynnika oporu hydrodynamicznego z szerokością ε szczeliny ściana-kula. Krzywa 1 - rozwiązania dokładne, krzywa 2 - teoria smarowania, krzywa 3 - metoda odbić, Δ - wyniki doświadczalne

Teoretycznie obliczone wartości prędkości rotacji i translacji są także przedstawione na rys. 11 i 12. Krzywe 1 na rys. 11 i 12 przedstawiają wartości obliczone z tzw. dokładnych rozwiązań, krzywe 2 są rozwiązaniami z teorii smarowania, krzywe 3 są rozwiązaniami z metody odbić. Widać, że dane doświadczalne dla prędkości rotacji (rys. 11)

i translacji (rys. 12) zgadzają się dobrze z tzw. rozwiązaniami dokładnymi [4-6] dla całego obszaru wielkości badanych szczelin ściana-kula. W przypadku rotacji rozwiązania z teorii smarowania zgadzają się z wynikami doświadczalnymi dla szerokości szczeliny $\varepsilon < 0.04$ (rys. 11). Metoda odbić daje wyniki, które są w dobrej zgodności ze zmierzonymi doświadczalnie prędkościami rotacji tylko przy szerszych szczelinach (dla $\varepsilon > 0.3$). Przy małych szerokościach szczelin wartości prędkości kątowej rotacji obliczone z metody odbić są około 2 razy mniejsze od wartości wyznaczonych eksperymentalnie (patrz rys. 11). Podobnie w przypadku prędkości translacji (rys. 12) wartości obliczone z metody odbić są w dobrej zgodności z wynikami doświadczalnymi dla dużych szczelin, natomiast teoria smarowania daje dobrą zgodność dla najmniejszych szczelin. A zatem oba graniczne podejścia teoretyczne, tj. teoria smarowania i metoda odbić, dają poprawne wyniki w obszarach ich ważności. Jednakże istnieje szeroki zakres szerokości szczeliny $0.03 < \varepsilon < 0.3$ w którym żadne z tych granicznych podejść teoretycznych nie opisuje poprawnie wyników doświadczalnych.

Na rys. 13 przedstawiono zależności zmian wartości $-d\theta/dz$ od szerokości szczeliny ściana-kula. Wartości $(-d\theta/d(z/a))$ przedstawiają stosunek prędkości rotacji do prędkości translacji dla danej szerokości szczeliny. Widać, że w całym zakresie badanych szerokości ε szczeliny kątowa prędkość rotacji jest znacznie mniejsza od prędkości translacji. Przy szerokości szczeliny rzędu 0.65 prędkość translacji



Rys. 13. Stosunek prędkości rotacji i translacji w zależności od szerokości szczeliny

Fig. 13. Ratio of the sphere rotational to translational velocities as a function of gap width

jest około 100 razy większa niż prędkość rotacji. W wyniku zmniejszania się prędkości translacji i równocześnie wzrostu prędkości rotacji ze zmniejszaniem się szerokości szczeliny, wartości $(-d\theta'/dz)$ rosną i przy szerokości szczeliny $\varepsilon \approx 0.02$ wynoszą ok. 0.1. Krzywa ciągła na rys. 13 przedstawia wartości teoretyczne obliczone z rozwiązań dokładnych, krzywa przerywana przedstawia wartości obliczone z metody odbić. Widać (rys. 13), że o ile rozwiązania dokładne są w dobrej zgodności z wynikami doświadczalnymi w całym zakresie szerokości szczelin, to rozwiązania z metody odbić są poprawne tylko dla $\varepsilon > 0.3$.

Podsumowanie wyników

Prędkość ruchu cząstki w pobliżu powierzchni międzyfazowej jest wyraźnie mniejsza niż w objętości cieczy. Wielkość efektu zależy do rodzaju powierzchni międzyfazowej i od orientacji kierunku ruchu cząstki w stosunku do tej powierzchni. Największy efekt obserwuje się przy ruchu cząstki w kierunku do (lub od) płaskiej granicy ciecz-ciało stałe, gdzie np. na odległości równej 0.1 promienia cząstki kulistej, jej prędkość jest ponad 11 razy mniejsza. Przy ruchu do swobodnej powierzchni przy tej samej odległości $h = 0.1$ a prędkość cząstki jest już tylko ok. 4 razy mniejsza. Jeszcze mniejszy efekt obserwuje się przy ruchu cząstki równolegle do płaskiej powierzchni ciecz-ciało stałe, gdzie przy szerokości szczeliny ściana-kula 0.1 prędkość translacji jest ok. 2 razy mniejsza niż w nieograniczonej cieczy. Przy ruchu równolegle do ściany, cząstka wykonuje także ruch rotacyjny wskutek niesymetrycznego rozkładu pola prędkości w cieczy. Prędkość ruchu rotacyjnego rośnie ze zmniejszeniem się szerokości szczeliny.

Mniejsza ruchliwość cząstek suspensji w pobliżu powierzchni granicznych może mieć wyraźny wpływ na kinetykę procesów gdzie mamy etap, w którym cząstka zbliża się do jakiegokolwiek powierzchni granicznej.

Literatura

1. Maude A.D., Brit. J. Appl. Phys., 12 (1961) 293.
2. Happel J., Brenner H., "Low Reynolds Number Hydrodynamics". Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.Y. 1965.
3. Bart E., Chem. Eng. Sci., 23 (1968) 193.
4. Dean W.R., O'Neill M.E., Mathematika, 10 (1963) 13.
5. O'Neill, M.E., Mathematika, 11 (1964) 67.
6. Goldman A.J., Cox R.G., Brenner H., Chem. Eng. Sci., 22 (1967) 637

7. Adamczyk Z., Adamczyk M., van de Ven T.G.M., J. Coll. Interface Sci. 96 (1983) 204.
8. Małyssa K., van de Ven T.G.M., Int. J. Multiphase Flow, 12 (1986) 459.

ABSTRACT

K. Małyssa, Z. Adamczyk, 1987. The particle - all hydrodynamic interactions in deposition processes. 19;135-154. (polish text).

The hydrodynamic effect of various interfaces on particle motion in their vicinity was analysed theoretically and experimentally. An experimental procedure based on taking multiple photographs using a stroboscopic light source was applied. The Reynolds number ($Re = a/v$) of the particle motion was comparable with that of aqueous suspensions of mineral particles occurring in important practical processes, such as flotation and filtration. It was found, in close agreement with theoretical predictions, that the perpendicular motion of particles is slowed down (damped) much more than the particle motion parallel to interfaces, in which case coupling between translation and rotation was demonstrated. Our experiments proved, therefore, that the resistance coefficient of a spherical particle has an anisotropic tensorial character in the presence of interfaces (collectors), in contrast to the bulk of the liquid where this coefficient has a single scalar value (Stokes resistance coefficient). Since the Reynolds number was practically the same as for slime particles, it can be stated that our results can be directly applied to describe the mass transfer and deposition processes of fine particles on various collectors.

СОДЕРЖАНИЕ

К.Малыса, З.Адамчик, 1987. Гидродинамические взаимодействия частица-межфазная поверхность в процессах осаждения, физикохимические вопросы обогащения, 19; 135-154.

Гидродинамические влияния разных межфазных поверхностей на движение частиц в их близи исследовано теоретически и экспериментально. Двигающаяся частица была освещена стробоскопической лампой и фотографирована. Таким образом, получено на съемке последующие изображения частицы в точно определенных промежутках времени. Подтверждено, в согласии с теоретическими предположениями, что движение частицы перпендикулярно

к межфазной поверхности было на много больше торможено, чем движение параллельно к поверхности. Эти эксперименты показали также, что коэффициент гидродинамического сопротивления для сферической частицы имеет анизотропический тензорный характер вблизи межфазной поверхности, значит это не единственная скалярная величина, как это имеет место в неограниченной жидкости. Число Рейнольдса в наших опытах было практически такое же, как в случае водных суспензий частиц шламовых, и поэтому эти результаты можно прямо употреблять к описанию процессов массового переноса и осаждения мелких частиц на поверхностях разных коллекторов.