

Andrzej Łuszczkiewicz

Zakład Przeróbki Kopalin  
Instytut Chemii Nieorganicznej  
i Metalurgii Pierwiastków Rzadkich  
Politechniki Wrocławskiej

## KORELACJE POMIĘDZY PODSTAWOWYMI WSKAŹNIKAMI PRZEMYSŁOWEGO PROCESU FLOTACJI RUD MIEDZI W ŚWIELE LABORATORYJNYCH CHARAKTERYSTYK WZBOGACALNOŚCI

### 1. Wprowadzenie

Brak ilościowych zależności teoretycznych powoduje, że kierowanie przemysłowymi procesami wzbogacania odbywa się na podstawie doświadczenia zawodowego technologów.

Przebieg przemysłowego procesu wzbogacania, w szczególności flotacji, zależy od dużej ilości czynników. Każdy z nich powiązany jest różnymi stopniami współdziałania z wieloma innymi czynnikami. Niektóre z nich częstokroć trudno jest kontrolować lub nawet zdefiniować a wszystkie najczęściej mają charakter losowy. Z tych względów procesy wzbogacania uważane są za jedne z bardziej skomplikowanych [1].

Badanie złożonych procesów technologicznych mające na celu uzyskanie właściwych metod sterowania oraz ocenę skuteczności najkorzystniej jest oprzeć o metody statystyczne [2]. Przy pomocy badań statystycznych można oszacować rzeczywiste charakterystyki przebiegu procesu pomimo redukcji jego złożoności. Ograniczając się w ten sposób do zbadania wpływu czynników, które wydają się być najważniejsze, w najprostrzym przypadku wyznaczamy modele statystyczne w formie równań zależności statystycznych pomiędzy zmiennymi mierzalnymi wejściowymi i wyjściowymi.

Skuteczność procesu wzbogacania ocenia się za pomocą mierzalnych wielkości wyjściowych. W przypadku flotacji rud są to zawartości metalu w koncentracie i odpadach. Z tych wielkości wyznacza się wskaźniki obliczalne, które powinny jednocześnie określać skuteczność procesu. W pracach Nixona-Moira [3] i Lekkiego [4] dowiedziono, że ocena wyników flotacji przy pomocy jednego wskaźnika jest najczęściej niecelowa, gdyż prowadzi do różnego rodzaju błędnych wnios-

ków. W badaniach laboratoryjnych należy bowiem analizować zależności, którymi najczęściej są krzywe wzbogacalności. Natomiast w warunkach przemysłowych ocena procesu, np. przy porównaniu zmian w technologii, możliwa jest jedynie w przypadku gdy operuje się zależnościami ilościowymi pomiędzy wskaźnikami. W pracach Stępińskiego [5], Pudły [6] i innych stwierdzono, że najbardziej dogodną do rozważań ekonomicznych i w szeregu zagadnieniach technologicznych jest zależność liniowa pomiędzy zawartością metalu w odpadach a jakością koncentratu. Zależność tą można wyznaczyć na podstawie wyników opróbowań zmianowych z normalnego funkcjonowania zakładu w formie liniowego równania regresji typu:

$$\mathcal{V} = a_1 + a_2 \beta, \quad a = \text{const} \quad (1)$$

gdzie:  $\mathcal{V}$ ,  $\beta$  - oznaczają zawartość metalu odpowiednio w odpadach i koncentracie.

Teoretycznie, wyznaczenie jakiegokolwiek zależności pomiędzy podstawowymi wskaźnikami procesu wzbogacania czyli jakością koncentratu i odpadów, wychodem koncentratu i uzyskiem, równoważne jest z wyznaczeniem krzywej wzbogacalności lub jej fragmentu [7].

W dalszej części zostanie ukazane, iż liniowe zależności regresyjne wyznaczone ze zbiorowości wyników opróbowań zmianowych przemysłowego procesu flotacji rud miedzi dobrze korespondują z krzywymi wzbogacalności określonymi w warunkach laboratoryjnych.

## 2. Metodyka badań procesu przemysłowego i wyniki

Analizując przykłady z literatury przedmiotu (np. [8]) oraz inne wyniki badań [17] można dojść do wniosku, że ocenę wyników przemysłowego procesu flotacji rud miedzi w zakładach wzbogacania KGHM najlepiej jest oprzeć na zależności typu (1) ale z uwzględnieniem zmienności zawartości metalu w nadawie. Dodając do równania (1) trzeci człon liniowy otrzymamy równanie płaszczyzny regresji w postaci:

$$\mathcal{V} = a_1 + a_2 \alpha + a_3 \beta \quad (2)$$

gdzie:  $\alpha$  - zawartość metalu w nadawie.

Założenie liniowego charakteru zależności pomiędzy podstawowymi wskaźnikami procesu jest wystarczające. Stwierdzono bowiem, że rozkłady

prawdopodobieństwa tych wskaźników w warunkach badanych zakładów są zbliżone do normalnych.

Badaniom statystycznym poddano trzy okresy pracy pierwszej nitki technologicznej ZWR Lubin. Okresy te obejmowały zbiorowości wyników zmianowych z trzech miesięcy pracy zakładu; jak wcześniej bowiem ustalono, właśnie co najmniej taka ilość danych zawiera konieczną i wystarczającą informację o rzeczywistych trendach podstawowych wskaźników procesu. Każdy z trzech zestawów obejmował zatem około 260 danych. Na każdą daną składały się średniozmianowe wartości wskaźników  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\psi$  oraz ilość ton przerobionej rudy. Badane okresy pracy zakładu charakteryzowały się różnymi warunkami procesu. Warunki te pokrótce można opisać następująco:

Okres I - schemat technologiczny z maja - lipca 1972, stosowany odczynnik pianotwórczy: mieszanina alkoholi ciężkich (AC),

Okres II - schemat technologiczny jak w okresie I ale wprowadzono inny odczynnik pianotwórczy: mieszaninę alkoholu dwuacetonowego z tlenkiem mezytylu (AD + TM),

Okres III - odczynnik pianotwórczy jak w okresie II, zmieniono natomiast schemat technologiczny głównie przez wprowadzenie flotacji wstępnej w obiegu mielenia.

Z tak wybranych prób statystycznych obliczono podstawowe parametry statystyczne oraz współczynniki korelacji całkowitej i cząstkowej. Następnie wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów równania regresji w postaci podobnej do wzoru (12). Równania te dla kolejnych zestawów danych przybrały następujące postaci:

$$1. \psi = 0.0111 + 0.1164\alpha + 0.00284\beta \quad (3)$$

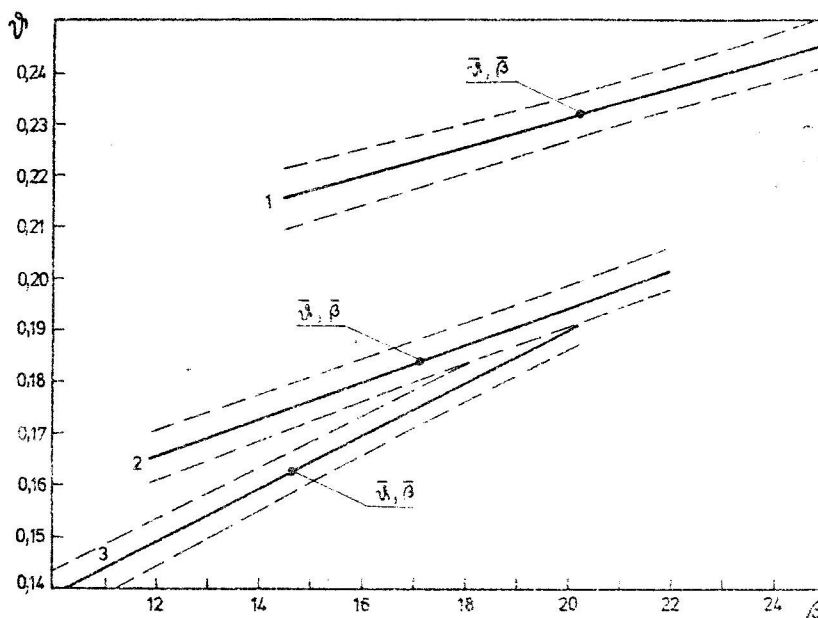
$$2. \psi = 0.0242 + 0.0704\alpha + 0.00358\beta \quad (4)$$

$$3. \psi = 0.0431 + 0.0314\alpha + 0.00516\beta \quad (5)$$

Za pomocą testu t Studenta stwierdzono istotność współczynników powyższych równań ( $t_{\text{obl}} > t_{0.05} = 1,96$ ). Testem F stwierdzono istotność równań. Dzięki uwzględnieniu w obliczeniach zmiennej dodatkowej (pomocniczej) - ilości przerabianej rudy - wyniki przedstawionych tu obliczeń należy uważać jako "ważone".

Na rys. 1 przedstawiono interpretację graficzną podanych równań dla założonej zawartości metalu w nadawie  $\alpha = 1,4\%$  Cu. Na rysunku tym zaznaczono również oszacowane 95% przedziały ufności wokół obliczonych linii regresji. Wykresy obejmują w przybliżeniu rzeczywisty zakres wahań badanych wskaźników.

Podane równania można również przedstawić graficznie w innych układach np. w układzie Della gdyż stwierdzono, analizując oszacowane współczynniki korelacji, prawie liniowy związek pomiędzy zawartością



Rys. 1. Interpretacja graficzna równań regresji dla założonej zawartości metalu w nadawie  $\alpha = 1,43$  Cu: 1 - równanie (3), okres I; 2 - równanie (4), okres II; 3 - równanie (5), okres III

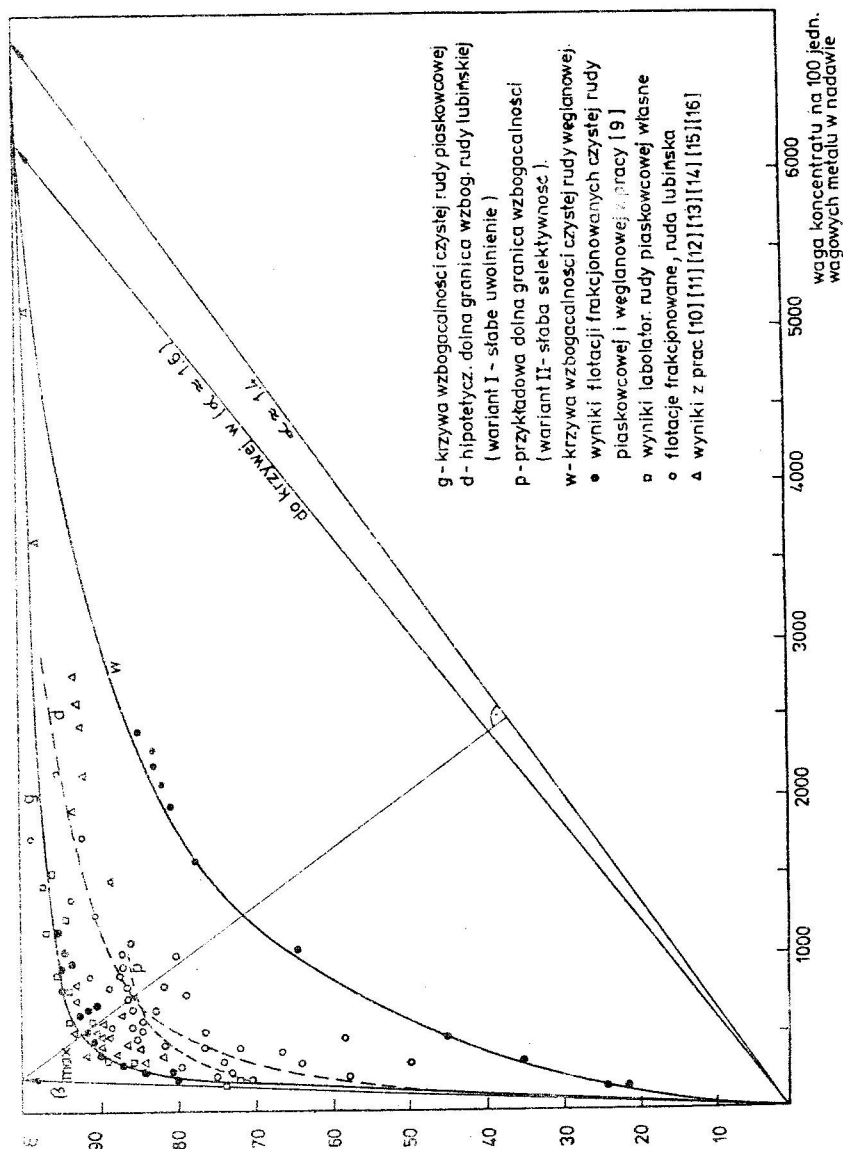
metalu w odpadach i uzyskiem ( $U_{oe} \approx 0,9$ ) oraz pomiędzy jakością koncentratu a wychodem koncentratu w postaci  $\delta^* = \frac{\delta}{\alpha} 100$  ( $\tau_{\beta} \approx 0,8$ ).

### 3. Wyniki badań nad wzbogacalnością i interpretacja wyników procesu przepływowego

Rudy miedzi z rejonu Lubina należą do jednych z łatwiej wzbogacalnych rud LGOM. Wiąże się to z przewagą w tym rejonie eksploatowanego złoża łatwo wzbogacalnej serii piaskowcowej.

Na rys. 2 naniesiono w układzie współrzędnych Della wyniki różnych badań nad wzbogacalnością rudy lubińskiej. Wykorzystano tutaj badania własne autora oraz inne źródła.

Punkty tworzące krzywą "j" pochodzą z wyników flotacji frakcjonowanych czystej rudy piaskowcowej. Punkty krzywej "w" tworzą krzywą wzbogacalności czystej rudy węglanowej. Krzywą tę wykreślono tu jedynie



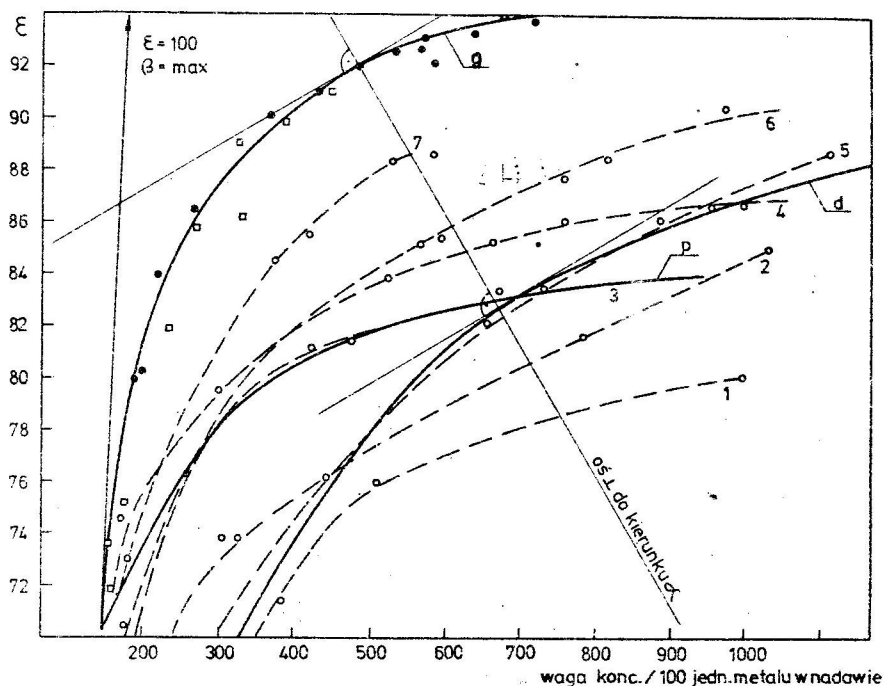
Rys. 2. Obrab. wzbogacalności rudy lubińskiej

dla porównania. Pozostałe punkty wzięte z wyników różnych doświadczeń laboratoryjnych dla rudy lubińskiej stanowiącej naturalną mieszkankę rudy piaskowcowej, węglanowej i żupkowej. Wśród tych ostatnich na wykresie tym znalazły się również wyniki końcowe kilku prób półtechnicznych (ciągłych) przeprowadzonych w ostatnich latach w Zakładzie Doświadczalnym KGHM. Dla skonstruowania tego wykresu wybrano tylko takie dane dla których zawartość metalu w nadawie wynosiła w przybliżeniu 1,4% Cu.

Przedstawiony obraz wzbogacalności rudy lubińskiej pozwala na przyjęcie pewnych uogólnień. Można przyjąć, że wzbogacalność czystej rudy piaskowcowej stanowi górną granicę wzbogacalności rudy z rejonu Lubina. Kształt tej krzywej, bardzo zbliżony do hiperboli sugeruje, że spełnia ona wymagania tzw. krzywej uwalniania. Krzywe uwalniania (krzywa Della) można traktować jako ekstremalne krzywe wzbogacalności dla danego stopnia uwolnienia [18].

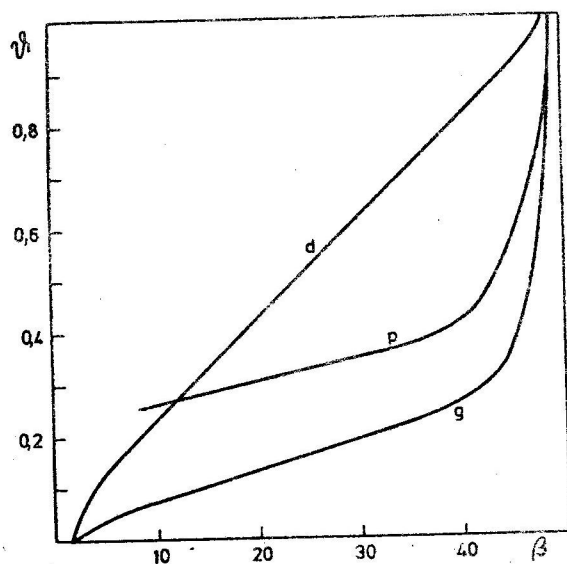
Natomiast według pozostałych punktów na rys. 2 można wykreślić hipotetyczną dolną granicę wzbogacalności tej rudy. Można tu przyjąć dwa warianty, jak to zaznaczono na rysunku krzywą "d" i krzywą "p". Krzywa "d" byłaby dolną granicą wzbogacalności wynikającą ze słabego uwolnienia minerałów użytecznych (wspólna z krzywą "g" oś hiperboli). Krzywa "p" może być krzywą "pośrednią" wynikającą z coraz gorszej w czasie selektywności flotacji. Uzasadnieniem takiego podejścia może być rys. 3, gdzie pokazano w powiększonej skali wycinek rys. 2 ale już z zaznaczonymi krzywymi wzbogacalności. Krzywe te otrzymano z doświadczeń flotacyjnych tej samej rudy stosując różne odczynniki pianotwórcze. Grupa krzywych na podstawie których przyjęto hipotetyczną krzywą "p" pochodzi z doświadczeń z odczynnikiem pianotwórczym AC. Wyjaśnienie takiego przebiegu procesu można znaleźć w pracy [19], w której stwierdzono dla odczynników pianotwórczych o długim łańcuchu małą selektywność. Odczynniki takie (AC do nich należy) po krótkim czasie flotacji zaczynają zachowywać się jak konkurencyjny względem ksantogianu zbieracz jednak mało selektywny.

Krzywe "g", "p" i "d" jako w pewnym sensie skrajne krzywe wzbogacalności przeniesiono do układu współrzędnych  $\psi - \beta$ , przeliczając odpowiednio punkty krzywych z rys. 2 i 3. Otrzymane w ten sposób krzywe w nowym układzie przedstawiono na rys. 4. Na rys. 5 pokazano ten sam wykres w powiększonej skali. Z rysunków tych wynika, że krzywe wzbogacalności w układzie  $\psi - \beta$  dla zakresów jakości koncentratu spotykanych w warunkach przemysłowych są liniami prostymi. Na rys. 5 naniesiono również linie regresji opisane równaniami (3), (4) i (5) a rys. 1. Przebieg tych linii w stosunku do skrajnych krzywych wzbogacalności wskazuje na pewne reguły. Linia 1 opisująca pierwszy z badanych

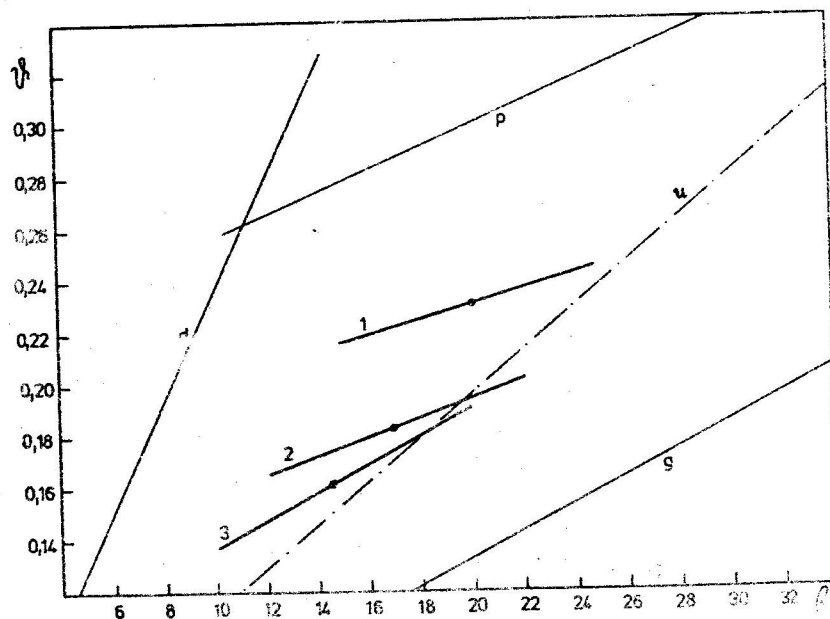


Rys. 3. Wycinek rys. 2 w powiększonej skali wraz z krzywymi wzbogacalności otrzymanymi przy różnych warunkach doświadczeń: 1 - szybkie uwolnienie (10 min. mielenia), odcz. pianotw. terpineol; 2 - lepsze uwolnienie (20 min. mielenia), odcz. pianotw. terpineol; 3 - 10 min. mielenia, odcz. pianotw. AC; 4 - 20 min. mielenia, odcz. pianotw. AC; 5 - 10 min. mielenia, odcz. pianotw. AD+TM; 6 - 45 min. (przemielanie), odcz. pianotw. AD+TM; 7 - 20 min. mielenia, odcz. pianotw. AD+TM

okresów pracy zakładu jest prawie równoległa do linii "p", przedstawiającej krzywą wzbogacalności dla procesu mało selektywnego. Krzywa 2 nieznacznie się odchyła od kierunku linii "p" co mogłoby wskazywać na mniej więcej stałe w obu przypadkach (1 i 2) uwolnienie minerałów użytecznych. W przypadku linii 2 znacznie jednak poprawia się selektywność procesu (wprowadzenie ADTM) co można porównać przy stałej zawartości metalu w koncentracie. Linia 3 natomiast istotnie w stosunku do obu poprzednich zmienia swój kierunek zbliżając się tym do kierunku krzywych uwalniania przy dobrej selektywności. O ile dwa pierwsze przypadki można wyjaśnić danymi zawartymi np. w cytowanej już pracy [19], to przypadek trzeciej linii regresji można najlepiej wyjaśnić stopniem uwolnienia.

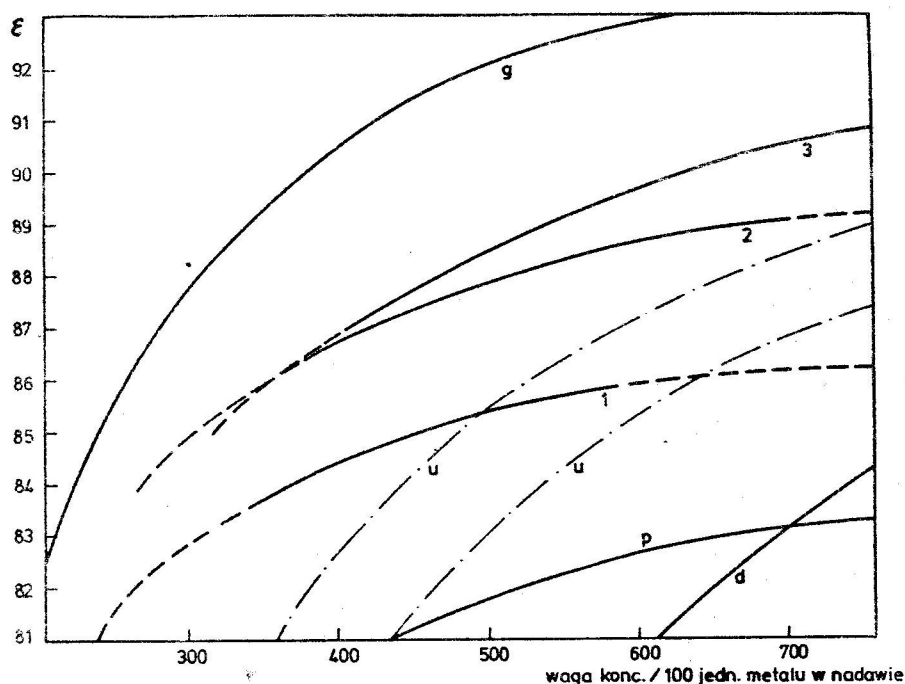


Rys. 4. Krzywe d, g, p  
z rys. 2 w układzie  
współrzędnych zawartości  
metal w koncentracji  
 $\beta$  i odpadach  $\psi$



Rys. 5. Krzywe z rys. 4 w powiększonej skali. Linie 1, 2, 3 są liniami  
regresji z rys. 1





Rys. 6. Linie 1, 2, 3 oraz g, p, d w układzie Della, u - krzywe uwalniania w stosunku do krzywej g

Wprowadzenie w trzecim z badanych okresów flotacji wstępnej w o-biegu mielenia wyeliminowało z układu młyn-klasyfikator stwierdzone wcześniej niepotrzebne przemilenie uwolnionych już minerałów miedzi. Zmniejszono wydatnie w ten sposób ilość trudnych do wzbogacania bardzo drobnych ziarn minerałów użytecznych podwyższając równocześnie selek-tywność flotacji. Na rys. 6 przedstawiono linie regresji 1, 2 i 3 z rys. 1 w układzie Della przeliczając odpowiednio kolejne punkty pros-tych na uzysk i wychód. Na rysunku tym wykreślono również krzywe "g" "p" i "d". Krzywe "u" są krzywymi uwalniania w stosunku do krzywej "g".

Z rysunku tego widać, że w miarę doskonalenia technologii zależ-ności pomiędzy podstawowymi wskaźnikami zbliżają się swym przebiegiem do najlepszej krzywej wzbogacalności. Krzywa 3 zbliża się do krzywych uwalniania dla czystej rudy piaskowcowej. Krzywe 1, 2 i 3 na rys. 6 przedłużono linią przerywaną. Współrzędne punktów tych linii otrzy-mano przez podstawienie w równaniach (3), (4) i (5) wartości wziętych

spoza zakresu dla którego równania te wyznaczono. Można zatem na podstawie tego rysunku przypuszczać, że krzywe będące obrazem korelacji pomiędzy podstawowymi wskaźnikami procesu przemysłowego mają początkowo przebieg zgodny z krzywą wzbogacalności wynikającą z własności rudy. Natomiast przy końcu procesu, krzywe odzwierciedlają warunki samego procesu.

Ponieważ tego rodzaju wnioski powstają przy badaniu wzbogacalności w warunkach laboratoryjnych, można językiem statystyki powiedzieć, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że równania regresji otrzymane dla dużych zbiorowości wyników pracy zakładu przemysłowego są fragmentem krzywych wzbogacalności. Możliwe jest zatem wyciąganie z takich równań regresji podobnego rodzaju wniosków jak z krzywych wzbogacalności.

#### LITERATURA

- 1 Barskij L.A., Rubinstein J.B., Kibernetičeskie metody w obogaśceni poleznych iskopajemych, Izd. Nedra, Moskva 1970.
- 2 Mańczak K., Metody identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania, WNT Warszawa 1971.
- 3 Nixon J.C., Moir D., The assessment of flotation results, Trans. Inst. Mining and Metall., vol. 66, 1957, 453.
- 4 Lekki J., Bruski J., Zalety i ograniczenia statystycznych metod planowania doświadczeń, Pr. Nauk. Inst. Przer. Kopaln. Poln. Śl. Gliwice 1970.
- 5 Stępiński W., Ekonomiczna ocena procesów wzbogacania węgla i rud, Śląsk, Katowice 1973.
- 6 Pudko W., Zależność między średnią zawartością metalu w odpadach a średnią zawartością metalu w koncentracie, Rudy i Metale Nieżel. R. 2, 1957, nr 1, 1.
- 7 Pudko W., O pewnej metodzie aproksymacji krzywych wzbogacalności, Zeszyty Probl. Gór. PAN, T. 9, 1971, z. 2, 83.
- 8 Seyer P., Duval R., Brute de Rémur M., Applications des methodes de la statistique mathematic à des problemes seposant dans la concentration des minerales., Revue de l'Ind. Minerale, 1960, nr 4.
- 9 Lekki J., Laskowski J., Wpływ chlorku sodu w wodach kopalnianych na flotację rudy miedzi, Fizykochem. Probl. Przer. Kopaln., 1971, nr 5, 115.
- 10 Ademiczka J., Bortel R. i inni., Sprawozdanie IMN 713/59 do 62 części I-V.

- 11 Olender K., Nowakowska B., Sprawozdanie ZD KGHM nr 17/TN/69.
- 12 Wojtowicz J., i inni, Zagadnienie obiegu produktów przejściowych w procesie flotacji rud miedzi, Fizykochem. Probl. Przer. Kopaln., 1973, nr 7, 177.
- 13 Dobrowolski L., Olender K., Sprawozdanie ZD KGHM, nr 9/TN/67.
- 14 Rynans B., Sprawozdanie ZD KGHM, nr 5/TN/69.
- 15 Sikora A., Sprawozdanie ZD KGHM, nr 16/TN/69.
- 16 Nowakowska B., Mączka W., Sprawozdanie ZD KGHM, nr 1/TN/68.
- 17 Łuszczkiewicz A., Raport Inst. Górn. PWR nr 14/73/ZD-J-11.
- 18 Hall W.B., The mathematical form of separation curves based on two known ore parameters and a single liberation coefficient, Trans. Inst. Min. Metall. section C, vol. 80, 1971, C 213.
- 19 Lekki J., Laskowski J., Piany w układach flotacyjnych i klasyfikacja odczynników pianotwórczych, Fizykochem. Probl. Przer. Kopaln., 1974, nr 8, 71.